

**ПОВЫШЕНИЕ ДОСТОВЕРНОСТИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО  
МОДЕЛИРОВАНИЯ ГЕОМЕХАНИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ  
В МАССИВЕ ГОРНЫХ ПОРОД**

Наведені результати досліджень по розробці способів і засобів підвищення точності і достовірності аналізу геомеханічних процесів експериментально-аналітичними методами, усуненню елементів випадковості і зниженню погрішності при математичному моделюванні

**INCREASE OF RELIABILITY OF MATHEMATICAL MODELLING  
OF GEOMECHANICAL PROCESSES IN MASSIF OF ROCKS**

Results of researches on working out of means increase of accuracy and reliability of the analysis of geomechanical processes by experimentally-analytical methods, to elimination of chance and error decrease at mathematical modeling

Угольная отрасль является важной структурной составляющей топливно-энергетического комплекса Украины. Поэтому повышение эффективности и безопасности производства на фоне усложняющихся условий добычи угля является важнейшими фактором энергетической стабильности в стране. Для этого необходимы оперативные и эффективные способы управления горным давлением, что невозможно без своевременной количественной и качественной оценки напряженно-деформированного состояния (НДС) массива горных пород. Современные методы получения такой информации сложны и трудоемки для использования на производстве. Ситуация требует доступной, своевременной и достоверной информации о состоянии породного массива, дающей горному инженеру инструмент для решения сложных технологических задач.

При решении геомеханических задач для описания процесса поведения пород применяют классические аналитические методы и, более широко, численные методы: метод конечных разностей, вариационно-разностный, методы конечных и граничных элементов [1, 2]. НДС изучаемых объектов описывают системой алгебраических уравнений, решение которой дает дискретное множество значений в заранее намеченных узловых точках области. В ИГТМ НАН Украины разработаны фундаментальные методы исследований по установлению закономерностей изменения НДС обводненного и газонасыщенного породного массива на больших глубинах под влиянием очистных работ. Для комплексного анализа состояния газонасыщенного породного массива разработан экспериментально-аналитический метод [3], основанный на совмещении серий расчетов идеализированных квазистационарных состояний насыщенной газом геосреды с результатами инструментального геофизического мониторинга в горных выработках. Метод применяется для выявления доминирующих связей между прочностными, деформационными, гидрогеологическими и электрометрическими свойствами геоматериалов [4], отработки параметров способов обеспечения устойчивости подготовительных выработок [5], оперативного прогноза ориентации в пространстве и интенсивности миграции потоков свободно-

го метана [6], геомеханического обоснования схем и способов подземной дегазации [7] и др.

Вместе с тем, подготовка корректной исходной информации достаточно трудоемкий процесс, требующий соблюдения адекватности исходных данных исследуемым условиям и проверки достоверности получаемых результатов. Ошибки исходных данных могут приводить к тому, что вычисления не будут отражать реально существующий объект, что, в конечном итоге, сказывается на их достоверности. Это влечет за собой не только проведение множества дополнительных промежуточных вычислений и контроля расчетных схем, но и тщательную проверку факторов субъективности и случайности при обработке экспериментальных данных, используемых для сопоставления решений в экспериментально-аналитических методах. Поэтому повышение точности и достоверности математического моделирования геомеханических процессов путем совершенствования систем обработки геотехнической информации, полученной экспериментальными и аналитическими методами, наиболее востребованный сектор оценки геомеханических процессов и управления горным производством.

*Задание физико-механических свойств пород.* Основные факторы, влияющие на изменение устойчивости массива, его прочностных и деформационных свойств: величина и направление воздействующей нагрузки, вид и длительность нагружения, влажность и температура среды, размокаемость пород. Они оказывают влияние на механические характеристики горных пород (пределы прочности на одноосное сжатие и растяжение, сцепление, модули упругости и деформации, скорости распространения волн, параметры ползучести, разрыхляемость, трещиноватость), плотностные (удельный и объемный вес, плотность, пористость), тепловые (теплопроводность, теплоемкость) и другие. В зависимости от интенсивности внешнего воздействия различные физические свойства изменяются в большей или меньшей степени.

В каждой конкретной геомеханической задаче требуется построение новой схемы (модели) исследуемого шахтного поля, которая, в свою очередь, должна иметь возможность задания изменений исходных физико-механических свойств пород в пределах их природной вариации. По определению свойств образцов горных пород в настоящее время накоплен весьма обширный фактический материал. При этом геологи не всегда имеют возможность произвести статистически значимый отбор проб или образцов для проведения испытаний и, зачастую, осуществляют такой отбор в самом минимальном количестве. В этой связи можно использовать известные обобщения основных прочностных параметров для различных горных пород, преимущественно осадочных.

Эмпирические распределения показателей свойств пород достаточно точно описываются кривой нормального распределения. Поэтому для расчетов параметров устойчивости горных выработок и проведения математического моделирования целесообразно предложить использование усредненных показателей, так как разброс данных при проведении испытаний на прочность часто достигает значений 30 % и более, а влияние трещиноватости или вообще не учитыва-

ется, поскольку образцы раскалываются по трещинам при их отборе, или учитывается опосредовано путем снижения прочности трещиноватого прослоя. При этом необходимо учитывать глубину и горно-геологические условия залегания пород, стадию их метаморфизма, а самое главное – коэффициент вариации определения того или иного параметра, который характеризует усредненный разброс данных искомого параметра. Коэффициент вариации можно учесть методикой расчета, которая должна предусматривать расчет нагруженности модели при критических параметрах.

Предварительный расчет устойчивости объекта на основе обобщенных данных с учетом коэффициентов вариации по всем исходным параметрам обладает преимуществами, поскольку он позволяет произвести расчеты с заведомо худшими, но не экстремальными условиями по максимальным или минимальным значениям параметров, при этом, не надеясь на высокую представительность отобранных проб. Затем, для большей достоверности результатов расчетов необходимо произвести привязку к конкретным горно-геологическим условиям на основе испытаний минимального количества проб либо ограниченного объема геофизических измерений [8]. Это касается, в особенности, нарушенного тектоникой породного массива, где диапазон случайного разброса физико-механических свойств может быть весьма широким.

Трещиноватый массив горных пород можно рассматривать как некогда монолитный и подвергнутый до определенной степени запредельному деформированию, прочность которого находится в промежутке между предельной и остаточной прочностью. На глубине в породном массиве трещины могут быть плотно сомкнуты и в их плоскостях может сохраняться значительное сцепление – до 20-30 % от величины сцепления в сплошном теле [9]. Трещиноватость вызывает общее снижение прочности и рост проницаемости, а также усиливает механическую и фильтрационную анизотропию горного массива.

Для учета трещиноватости в геомеханических расчетных моделях приложение нагрузки необходимо производить вплоть до разрушения элементов, фактически до начала зарождения трещин. Этим приемом уже частично будет учитываться трещиноватость, а также установлены области зарождения первичных техногенных трещин. Второй путь учета трещиноватости – заложение в модель параметров остаточной прочности, определенной расчетным путем по коэффициентам структурного ослабления или экспериментально в режиме запредельного деформирования на жестких испытательных системах [10].

Наличие воды в порах горных пород в количестве, близком к водонасыщению, кардинально меняет ее поведение. Влияние водонасыщения сказывается на изменении характера связи между частицами пород, при этом, в твердых сыпучих породах при насыщении водой силы сцепления резко снижаются или исчезают, а в скальных, полускальных или осадочных цельных породах снижаются силы сцепления между блоками.

Свойства водонасыщенных пород при решении задач геомеханики необходимо учитывать отдельно, с достаточной для расчетов точностью. Для водонасыщенных пород можно использовать установленные общие физические зако-

номерности. Горные породы, которые сформированы на глинистом цементе, в воде размокают полностью за 20 суток и менее, песчаники снижают свою прочность примерно в 1,5 раза. Для песчаников, известняков и глинистых пород можно использовать установленные корреляционные зависимости снижения прочности пород при водонасыщении [11].

*Устранение элементов случайности при разработке расчетных схем.* Любым конечно-элементным расчетным схемам присущи элементы субъективизма, случайности и расчетной погрешности. Погрешность расчета заложена в принципе расчетных методов, поскольку они являются приближенными. Мало элементов – погрешность от неточности разбиения, много элементов возникает эффект накопления мелких погрешностей, увеличивается вероятность допущения мелких ошибок оператором, которые в принципе могут быть даже не обнаружены и при повторных проверках из-за большого количества исходного материала. Субъективизм связан с многовариантностью возможностей разбиения схемы, интуитивной оценкой характера будущего разбиения (тип элементов, форма, количество, взаимосвязи). Даже при равномерной автоматизированной разбивке субъективизм, хотя и минимальный, но неизбежен, он связан с типом, формой и размерами элементов, количеством узлов и элементов, направлением слоев. Элементы случайности обусловлены погрешностями оценки горно-геологических условий, определения физико-механических свойств горных пород, задания геомеханических параметров применяемой крепи, а также вышеперечисленными субъективными и объективными факторами.

Ошибка расчета определяется, в том числе, чувствительностью алгоритма к накоплению погрешностей, зависящей от количества используемых для расчетов элементов и способа дискретизации расчетной схемы. Поэтому для одних задач требуется равномерная разбивка расчетной схемы, предусматривающая реализацию модели с наибольшей точностью, а для других – неравномерная, предусматривающая сгущение сети секторов разбивки в местах дислокаций максимальных напряжений или при необходимости детализации результатов.

Для определения погрешностей, вызванных способом дискретизации расчетной схемы, проведен ряд тестовых расчетов упругой весомой области без обнажения. Использована расчетная схема, состоящая из 800 элементов и 441 узла. Прочность породы была задана заведомо большой, чтобы решить задачу в упругой постановке. В связи с тем, что исследуемая область разбивается на сетку с прямоугольными секторами и треугольными элементами, рассмотрено три вида разработанных автоматических разбивок (рис. 1). Для оценки погрешностей использованы элементы модели, находящиеся на одном уровне в верхней, средней и нижней частях расчетной схемы (табл. 1) и усредненные по квадратам 1-2, 3-4, 5-6... Погрешность оценена по отклонениям рассчитанных значений максимальных главных напряжений  $\sigma_1$  от известных теоретических значений веса вышележащих пород  $\gamma H$ .

Как видно из таблицы, при однонаправленной сетке могут возникать ошибки в зависимости от направления наклона связей, но не превышающие в средней части расчетной схемы 0,32 %, которые можно компенсировать, комбини-

руя различные типы дискретизации и обеспечивая геометрическую изотропию. Напряженное состояние в краевых частях расчетных схем является приближенным (краевой эффект, погрешность до 2,03 %), поэтому шаг разбиения сетки к границе должен быть достаточно мал или граница должна быть удалена от исследуемого объекта на расстояние, превышающее зону его влияния.

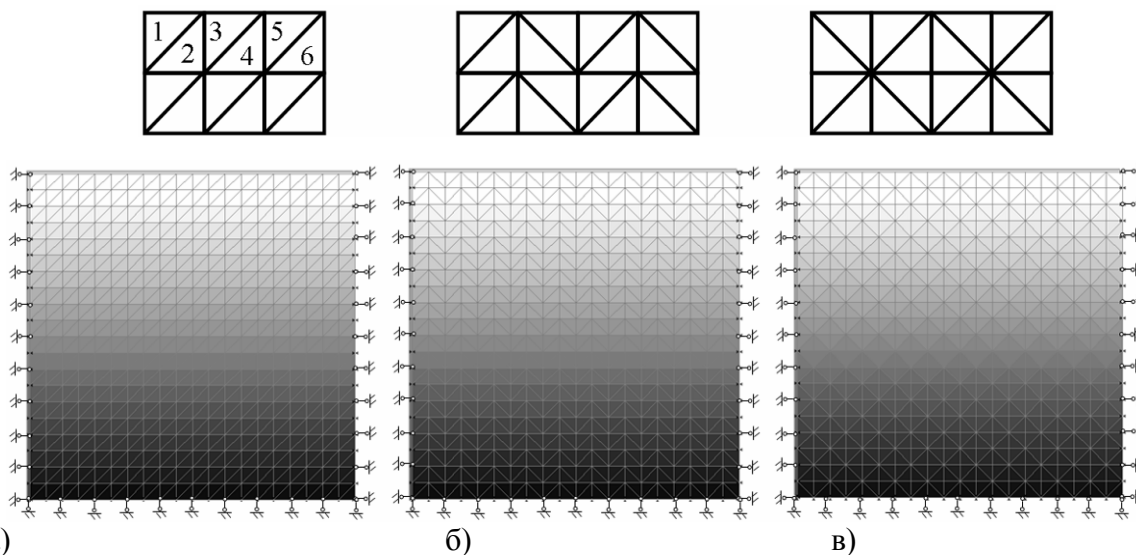


Рис. 1 – Градиенты  $\sigma_I$  в тестовой задаче при различных видах используемых способов автоматической дискретизации расчетной схемы: а – в одном направлении; б – в разных направлениях; в – смешанная.

Таблица 1 – Погрешности расчета, обусловленные типом дискретизации схемы

Сетка	Сечение	Абсолютные значения $\sigma_I$ , МПа			Абс. погрешность, МПа $\times 10^3$	Отн. погрешность, %
		$\sigma_I^{мин}$	$\sigma_I^{макс}$	$\sigma_I^{сред}$		
в одном направлении	верх	0,09357	0,09548	0,09452	$\pm 0,96$	2,027
	середина	0,28305	0,28396	0,28351	$\pm 0,45$	0,319
	низ	0,44514	0,44587	0,44587	$\pm 0,36$	0,082
в разных направлениях	верх	0,09450	0,09450	0,09450	$\pm 0,0002$	0,0
	середина	0,28350	0,28350	0,28350	$\pm 0,0003$	0,0
	низ	0,44550	0,44550	0,44550	$\pm 0,00005$	0,00003
Смешанная	верх	0,09450	0,09450	0,09450	$\pm 0,000025$	0,00005
	середина	0,28350	0,28350	0,28350	$\pm 0,000004$	0,0
	низ	0,44550	0,44550	0,44550	$\pm 0,000003$	0,0

С целью повышения достоверности результатов расчетов в зависимости от конкретно решаемой задачи, предложена дополнительная автоматизированная статистическая обработка промежуточной и выходной информации для объективной оценки взаимосвязей и закономерностей между различными параметрами как в общем по модели, так и в определенных сечениях или направлениях.

Экспорт промежуточных и выходных данных из программного комплекса геомеханического моделирования ГЕО-РС (разработан с участием автора) в другие приложения осуществляется в оболочку Excel в виде массивов чисел. Для построения корреляционных моделей попарно выделяются столбцы дан-

ных, содержащие значения коррелируемых параметров. Столбцы данных формируются в зависимости от поставленной задачи поэлементно в горизонтальном, вертикальном или любом произвольном направлении, послойно по определенной литологии горных пород, зонально (например, вдоль или поперек образовавшейся зоны трещиноватости), готовыми столбцами выходных данных или выборочно их частями. При условии, что расчеты выполняются на одной и той же математической конечноэлементной модели, например, для сопряжения горных выработок в различных горно-геологических условиях, выбор данных может производиться по заранее подготовленной структуре вплоть до полной автоматизации.

Затем в оболочке Mathcad осуществляется автоматизированная статистическая обработка и анализ информации по программе Su-Stat [12]. Программа Su-Stat соответствует международному стандарту «Worldwide Standard for Technical Calculations» и позволяет при исследовании объектов горнотехнического профиля автоматически вычислять основные статистические характеристики массивов случайных чисел, строить гистограммы распределения случайных величин, линейную и нелинейные регрессионные модели с оценкой их корректности по коэффициентам детерминации.

Метод статистической обработки промежуточной и выходной информации в приближенных расчетных схемах непрерывного цикла математического моделирования предложен, обоснован и апробирован впервые автором. В результате совершенствования методики выполнения расчетов в упругопластической постановке с разупрочнением и расслоениями повышена точность и достоверность результатов.

*Автоматизация ввода аналоговых сигналов на основе анализа их спектров.* В экспериментально-аналитических методах оценки состояния массива шахтный мониторинг параметров физических и технологических процессов горного производства, как правило, производится аналоговыми регистрирующими приборами. Применение компьютера для задач мониторинга, цифровой обработки и анализа сигналов в большинстве случаев является более целесообразным, чем использование аналоговых фоторегистраторов, самописцев, запоминающих осциллографов и анализаторов спектра. Для ввода в ЭВМ аналоговых электрических и акустических сигналов сложной формы предложено использовать звуковую карту общего назначения. Хотя точность представления сигналов в данном случае априорно более высокая, чем при использовании аналоговых регистраторов, обязательной является первоначальная проверка характеристик устройства с помощью тестовых сигналов, поскольку звуковые карты общего назначения не аттестуются как измерительные приборы.

Анализ сигнала начинается с визуального осмотра его осциллограммы. При этом используются функции изменения масштабов графика по амплитуде и времени. В случае максимального увеличения графика по амплитуде, разрешающая способность по оси ординат составляет 0,01 %. При максимальном увеличении осциллограммы сигнала во времени разрешающая способность по оси абсцисс составляет  $0,5 \times 10^{-4}$  с. При визуальном осмотре осциллограммы,

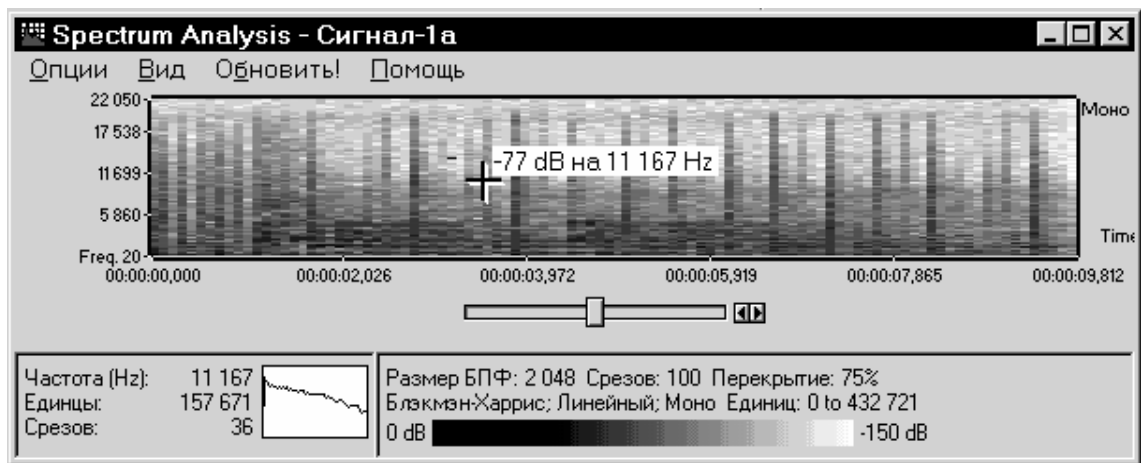
прежде всего, необходимо выявить возможные ошибки, допущенные при записи сигнала. Наиболее точными можно считать результаты записи, при которой максимальная амплитуда сигнала находится в верхней трети шкалы аналого-цифрового преобразователя, однако не превышает 95 %. В случае, если максимальная амплитуда сигнала не перекрывает одной трети шкалы АЦП, динамический диапазон сужается, поэтому рекомендуется повторить запись с большим коэффициентом предварительного усиления. Если повторная запись невозможна, а также в случае анализа множества осциллограмм, для обеспечения сопоставимости результатов рекомендуется выполнить нормализацию всей группы рассматриваемых графиков. За базовую величину ординаты можно принять максимальную амплитуду сигнала в осциллограмме или корень среднеквадратичного отклонения амплитуд (Root Mean Square, RMS), характеризующий энергетическую интенсивность сигнала. При этом нормализация будет выполняться по формулам [12]

$$u_{iA}^* = \frac{u_i}{u_{\max}} k ; \quad u_{iRMS}^* = \frac{u_i}{u_{RMS}} k, \text{ дБ}, \quad (1)$$

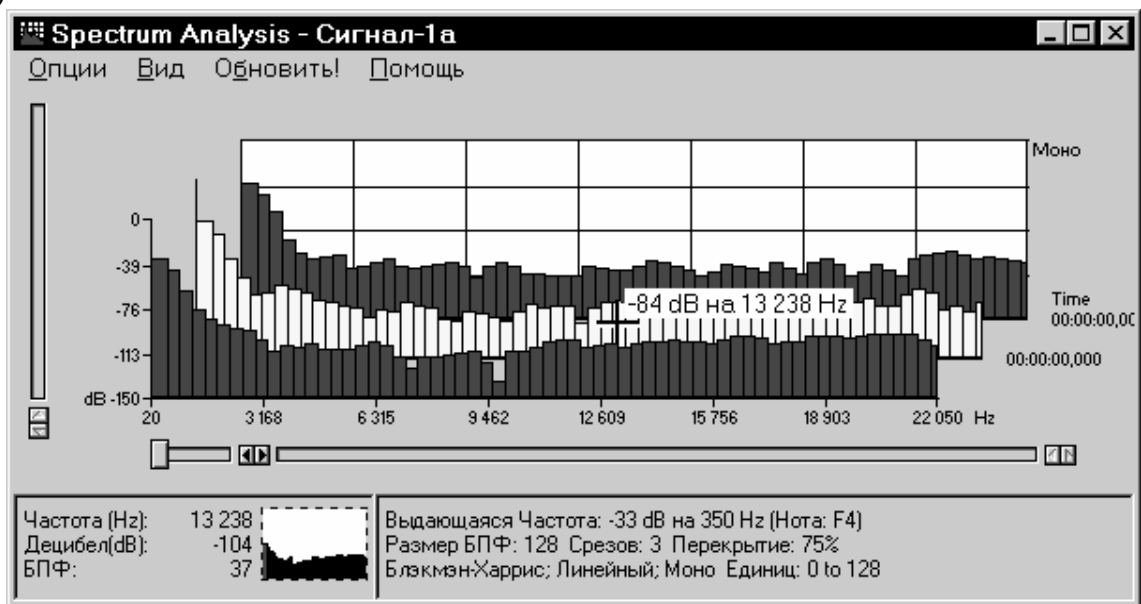
где  $u_{iA}^*$  – нормализованная по максимальному уровню амплитуда сигнала в  $i$ -м отсчете;  $u_{iRMS}^*$  – нормализованная по уровню  $u_{RMS}$  амплитуда сигнала;  $u_i$  – исходная амплитуда оцифрованного сигнала;  $u_{\max}$  – максимальная амплитуда сигнала в выборке;  $k$  – коэффициент приведения ( $k = 0,8 \dots 1,0$ );  $u_{RMS}$  – средний уровень энергетической интенсивности сигнала в выборке.

При обнаружении переполнения АЦП или насыщения входного тракта контура записи, возможен только визуальный, качественный анализ осциллограммы на "ненасыщенных" участках. Если опыт, при выполнении которого была снята осциллограмма, является воспроизводимым, следует повторить запись при меньшем коэффициенте усиления. Однако всегда, когда не только спектр в относительных единицах, но и абсолютная амплитуда сигнала является информативным параметром, коэффициент усиления тракта записи должен быть контролируемым и метрологически достоверно измеренным.

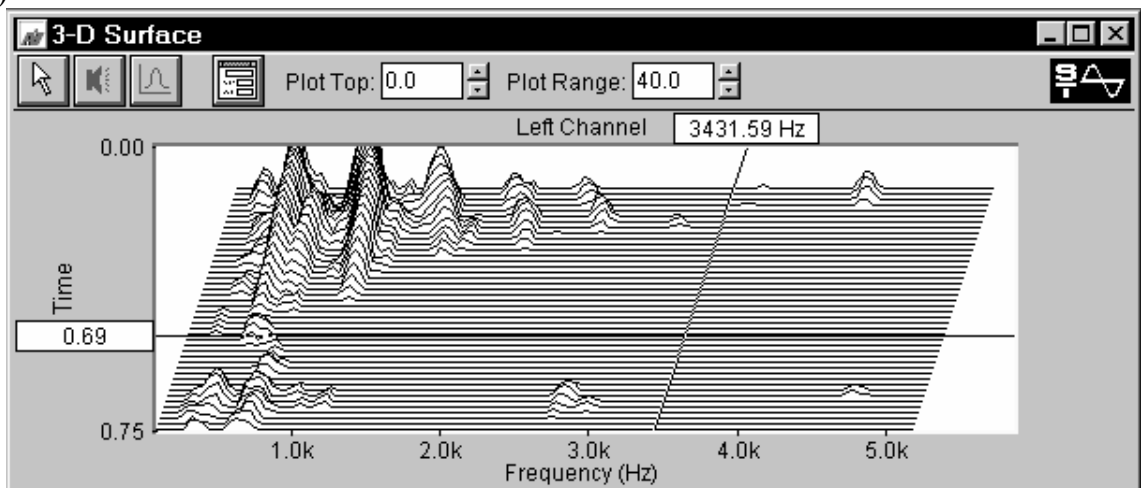
Следующим этапом после визуального контроля осциллограммы является спектральный анализ сигнала. При этом доступны следующие настройки: размер вектора быстрого дискретного преобразования Фурье (128...65536 отсчетов); вид сглаживающего окна (Блэкмена, Блэкмена-Харриса, Ханнинга, Хэмминга или треугольное); коэффициент перекрытия БПФ (0...99 %); вид графика (график кривой с обычной или логарифмической шкалой, гистограмма или сонограмма). Способы представления спектров сигналов показаны на рис. 2. Выбор тех или иных настроек определяется конкретными требованиями и условиями эксперимента [14].



а)



б)



в)

Рис. 2 – Представление спектров сигналов: а – в виде сонограммы; б – последовательными временными срезами; в – в виде криволинейной поверхности амплитуд (применено сглаживание окном Блэкмена-Харриса, степень перекрытия данных – 75 %)



В дальнейшем выполняются более детальные исследования введенных в компьютер электрических и акустических сигналов. Для этого необходимо преобразовать файлы RIFF-формата, создаваемые звуковой картой под управлением операционной системы ЭВМ, в текстовые файлы, содержащие векторы мгновенных значений оцифрованного сигнала. Программа преобразования файлов, представленная в работе [13], выполняет только функции конвертации форматов и работает в режиме MS-DOS. В этой связи авторами [13] на языке программирования высокого уровня Delphi разработана программа-конвертер "Convert.exe", отличающаяся расширенным набором функциональных и сервисных возможностей. В частности, программа позволяет: выполнять преобразование форматов представления чисел; осуществлять поиск и загрузку файлов в буфер данных средствами Windows; просматривать и редактировать содержимое встроенного буфера; выполнять прореживание сигналов во времени, в том числе с усреднением данных по соседним точкам; приводить 16-битные данные к произвольной разрядности, в том числе с возможностью нормализации сигнала; сохранять преобразованные данные на жестком диске компьютера. Детальный спектральный и регрессионный анализ данных выполняется с помощью программ в оболочке для математических вычислений Mathcad.

Таким образом, геомеханический мониторинг в режиме реального времени на основе персональной ЭВМ возможен на основе внедрения в практику горного дела прогрессивных методов и средств контроля горного давления, высокопроизводительных средств ввода и обработки информации, апробированных методик прогноза устойчивости геоматериалов в обнажениях. Выполненные исследования позволили широко апробированные в мировой и отечественной практике методы математического моделирования существенно развить в направлении повышения их точности за счет исключения субъективности и случайности при построении моделей путем автоматизированной статистической обработки информации. Для повышения достоверности математического моделирования дальнейшее развитие необходимо направить на разработку методики использования имеющегося обширного банка данных или создание такого банка по определению физико-механических свойств пород в аналогичных горно-геологических условиях, а также на привлечение методов математической статистики и теории вероятностей для компьютерной обработки результатов вычислений. При этом для конкретного прогноза устойчивости по результатам преднамеренного виртуального разрушения модели необходима экспериментальная геофизическая оценка стадии разрушения массива горных пород и объекта в целом.

#### *Выводы.*

1. Предложено оценку напряженно-деформированного состояния породного массива вокруг геотехнических объектов проводить на основе средних значений параметров банка данных физико-механических свойств пород, которая отличается от известных учетом коэффициентов вариации этих параметров и предусматривает поэтапную загрузку модели при их критических значениях.

2. Усовершенствована методика обработки промежуточной и выходной информации в расчетных схемах по методу конечных элементов, которая отличается дополнительной автоматизированной статистической обработкой информации и объективной оценкой взаимосвязей между разными параметрами как в общем по модели, так и в определенных сечениях или направлениях.

3. Для ввода в ЭВМ аналоговых сигналов сложной формы в экспериментально-аналитических методах оценки состояния массива предложено использовать звуковую карту общего назначения. Хотя точность представления сигналов с помощью компьютера более высокая, чем при использовании аналоговых регистраторов, первоначальная проверка характеристик с помощью тестовых сигналов является обязательной, поскольку звуковые карты не аттестуются как измерительные приборы. Автоматическая обработка сигнала позволяет осуществить визуальный осмотр осциллограмм, анализ и обработку с помощью программного инструмента «Статистика», стандартных программ компьютерного моделирования и спектральной обработки сигналов.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Амусин Б.З. Метод конечных элементов при решении задач горной геомеханики / Б.З. Амусин, А.Б. Фадеев. - М.: Недра, 1975. - 144 с.
2. Метод граничных элементов в задачах горной геомеханики / Л.В. Новикова, П.И. Пономаренко, В.В. Приходько, И.Т. Морозов. - Днепропетровск: Наука и образование, 1997. - 180 с.
3. Экспериментально-аналитический метод прогноза направлений и интенсивности газовых потоков / А. Ф. Булат, С. А. Курносов, И. Н. Слащев, И. А. Ефремов, Б. В. Бокий // Геотехническая механика. – Днепропетровск : ИГТМ НАНУ, 2005. – Вып. 59. – С. 10-21.
4. Слащева Е.А. Разработка методики экспресс-оценки напряженно-деформированного состояния породного массива вокруг геотехнических объектов: Дис... канд. техн. наук: 05.15.11. - Днепропетровск, 2006. – 211 с.
5. Слащев И. Н. Прогноз устойчивости систем комбинированного поддержания подготовительных выработок в сложных горно-геологических условиях глубоких шахт / И.Н. Слащев // Сб. науч. трудов НГУ. – Днепропетровск : РИК НГУ, 2010. – № 35, Том 1. – С. 67-77.
6. Слащева Е.А. Исследование процесса формирования метаносодержащих полостей и выявление причин нестабильности газовой выделености в горные выработки/ Е.А. Слащева, М.Ю. Иконников, Т.И. Яровая // Геотехническая механика. – Днепропетровск : ИГТМ НАНУ, 2010. – Вып. 91. – С. 191-197.
7. Дегазация массива с повторным использованием газосборной выработки / С. А. Курносов, И.Н. Слащев, В.Н. Сапегин, П.Е. Филимонов // Геотехническая механика. – Днепропетровск : ИГТМ НАНУ, 2009. – Вып. 83. – С. 150-158.
8. Слащева Е.А. Особенности ввода и обработки исходной информации при решении геомеханических задач с помощью персональных ЭВМ / Е.А. Слащева / Геотехническая механика. - Днепропетровск: ИГТМ НАНУ, 2004. - № 51. - С. 296-304.
9. Турчанинов И.А. Основы механики горных пород / И.А. Турчанинов, М.А. Иофис, Э.В. Каспарьян. - Л.: Недра, 1989. - 488 с.
10. Глушко В.Т., Разрушение горных пород и прогнозирование проявлений горного давления / В.В. Виноградов. - М.: Недра, 1982. - 189 с.
11. Усаченко Б.М. Исследование и экспресс-оценка фильтрационных процессов в трещиноватых массивах / Б.М. Усаченко, Е.А. Слащева / Геотехническая механика. - Днепропетровск, 2005. – Вып. 59. - С. 34-44.
12. Яланский Алекс. А. Исследование процессов горного производства методами математической статистики с помощью персональных ЭВМ / Алекс. А. Яланский / Геотехническая механика. - Днепропетровск : ИГТМ НАНУ, 1998. - Вып. 5. - С. 156 – 160.
13. Бородай В.А. Ввод переменных аналоговых сигналов звукового диапазона частот в память персональной ЭВМ / В.А. Бородай, Алекс. А. Яланский, Е.А. Слащева / Гірнична електромеханіка та автоматика. – Дніпропетровськ: РВК НГА України. – 1999. - №3(62). – С. 68 – 73.
14. Кохан П.С. Ввод и обработка горно-геологической и горнотехнической информации при решении геомеханических задач на персональной ЭВМ / П.С. Кохан, Е.А. Слащева, В.В. Арестов / Геотехническая механика. - Днепропетровск : ИГТМ НАНУ, 2001. – Вып. 29. - С. 42-46.